

Aufgaben zum Selbsttest

Aufgabe 1

a) Lösen Sie folgende Gleichungen

i) $\frac{2x-6}{4} + 5 = 4x$

ii) $x^2 - 5x = 0$

iii) $2 \cdot e^{2x-4} = 2$

b) Lösen Sie die folgenden Gleichungen mit der p-q-Formel. Zeigen die Gültigkeit des Satzes von Vieta und geben Sie jede Gleichung auch in Linearfaktordarstellung an.

i) $x^2 + 2x - 8 = 0$

ii) $-2x^2 + 12x - 18 = 0$

c) Lösen Sie die linearen Gleichungssysteme mit dem Eliminationsverfahren nach Gauss:

i) $x - 3y = 3, \quad 3x + 2y = 20$

ii) $x - 2y + 3z = 5, \quad -3x + 6y - 9z = -10, \quad 8x - 5y + z = -6.$

Aufgabe 2

Die Mafia in New York vergibt Kredite nach der Methode "Six for five", d.h. für einen geliehenen Betrag von 5 Dollar werden eine Woche später 6 Dollar fällig. Jemand leiht 25 Dollar mit Zinseszinsen aus. Nach wie vielen Wochen übersteigen die Gesamtschulden erstmalig den Betrag von 100.000 Dollar?

Aufgabe 3

a) Berechnen Sie jeweils die erste Ableitung der folgenden Funktionen:

i) $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + 2x - 1$

ii) $f(x) = \sqrt{x^2 - 5}$

iii) $f(x) = e^{3x} \cdot \sin(x)$

iv) $f(x) = \ln(4x + 7)$

b) Bestimmen Sie den Wert der 1. und der 2. Ableitung der Funktion

$$f(x) = \frac{4 - x^2}{x^2 - 9}$$

an der Stelle $x = 1$.

c) Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = 2x^4 - 4x^3.$$

Geben Sie eine notwendige Bedingung für das Vorliegen eines Extremums der Funktion an und bestimmen Sie die stationären Stellen.

d) Besitzt die Funktion

$$f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2$$

an der Stelle $x_0 = 2$ ein lokales Minimum, ein lokales Maximum oder kein Extremum?

Aufgabe 4

Ein Unternehmer möchte seinen Gewinn maximieren. Als Monopolist kann er mit der Festsetzung seines Preises die Nachfrage nach seinen Gut steuern. Die Preis-Absatz-Funktion wird hierbei durch die Gleichung $p(x) = 30 - 5x$ beschrieben; die Kostenfunktion lautet: $K(x) = 5x + 20$.

- Geben Sie die Erlös- und Gewinnfunktion des Monopolisten an.
- Bestimmen Sie die gewinnmaximale Produktionsmenge.
- Wie hoch ist der maximale Gewinn?

Aufgabe 5

Bestimmen Sie folgende Integrale:

- $\int 2dx$
- $\int \sqrt[4]{x^3} dx$
- $\int x \cdot \sqrt{x} dx$
- $\int \frac{1}{x^3} dx$
- $\int (\sin(x) + \cos(x)) dx$
- $\int (2 \cdot e^x - \frac{1}{x}) dx$

Aufgabe 6

Die beiden reellen Zahlen x, y sowie ihre Summe $x + y$ seien von Null verschieden. Vereinfachen Sie den folgenden Ausdruck so weit wie möglich:

$$\frac{x/y - y/x}{1/x + 1/y}$$

Aufgabe 7

Bestimmen Sie, wenn möglich, die Grenzwerte folgender Funktionen:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + x}{-3x^3 + 5x^2 + 25} & \text{b) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 7x}{4x^2 - 5x + 9} \\ \text{c) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{4x - 6} & \text{d) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 2x - 12}{(x - 3)(x + 1)} \quad \text{e) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} \end{array}$$

Aufgabe 8

Bestimmen Sie die Tangente an den Graphen der Funktion

$$f(x) = \frac{1}{4}x^2 + 2x$$

im Punkt $P_0 = (2, f(2))$.