

Lösungen zum Selbsttest

Aufgabe 1

a)

i) $x = 1$

ii) $x_1 = 0, x_2 = 5$

iii) $x = 2$

b)

i) $x_1 = 2, x_2 = -4$

ii) $x_{1,2} = 3$

c)

i) $x = 6, y = 1$

ii) Das System ist unlösbar

Aufgabe 2

Aus $25 \cdot 1, 2^n \geq 100.000$ bzw. $n \geq 45, 49$ erhält man $n = 46$ Wochen.

Aufgabe 3

a)

i) $f'(x) = 12x^2 - 6x + 2$

ii) $f'(x) = \frac{1}{2} \cdot (x^2 - 5)^{-\frac{1}{2}} \cdot 2x = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 5}}$

iii) $f'(x) = 3 \cdot e^{3x} \cdot \sin(x) + e^{3x} \cdot \cos(x) = e^{3x} \cdot (3 \cdot \sin(x) + \cos(x))$

iv) $f'(x) = \frac{4}{4x+7}$

b) $f'(x) = \frac{10x}{(x^2-9)^2}$

$f'(1) = \frac{5}{32}$

$f''(x) = -\frac{30x^2+90}{(x^2-9)^3}$

$f''(1) = \frac{15}{64}$

c) $f'(x) = 8x^3 - 12x^2 = 0$

$x_{1,2} = 0, x_3 = 1, 5$

d) $f''(x) = 12x^2 - 24x + 8 = 8 > 0 \Rightarrow$ lokales Minimum an der Stelle $x_0 = 2$.

Aufgabe 4

a) Erlösfunktion: $E(x) = p(x) \times x = (30 - 5x) \times x = 30x - 5x^2$

Gewinnfunktion: $G(x) = E(x) - K(x) = -5x^2 + 25x - 20$

b) Gewinnmaximale Produktionsmenge:

Aus $G'(x) = -10x + 25 = 0$ folgt $x = 2,5$.

c) Maximaler Gewinn: $G(2,5) = 11,25$

Aufgabe 5

a) $2x + c$

b) $\frac{4}{7}x^{\frac{7}{4}} + c$

c) $\frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + c$

d) $-\frac{1}{2x^2} + c$

e) $-\cos(x) + \sin(x) + c$

f) $2 \cdot e^x - \ln(x) + c$

Aufgabe 6

$$\frac{\frac{x-y}{y} - \frac{y}{x}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} = \frac{xy}{xy} \cdot \frac{\frac{x-y}{y} - \frac{y}{x}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} = \frac{x^2 - y^2}{x+y} = x - y$$

Aufgabe 7

a) 0 b) $\frac{3}{4}$ c) $+\infty$ d) $\frac{5}{2}$ e) 4

Aufgabe 8

$f(2) = 5, \quad f'(x) = \frac{1}{2}x + 2, \quad f'(2) = 3,$

Gleichung der Tangente $t(x)$:

$$t(x) = f'(2) \times (x - 2) + f(2) = 3x - 1$$